

**SERIE STL Chimie labo SESSION JUIN 2004 France
METROPOLITAINE**

Problème (Énoncé)

Partie 1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (x^2 - 5x + 7) e^x.$$

1. On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 2 cm.
 - (a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
 - (b) On rappelle que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$ pour tout n entier naturel.
En remarquant que $f(x) = x^2 e^x - 5x e^x + 7e^x$, déterminer la limite de f en $-\infty$.
En déduire que \mathcal{C} admet une asymptote dont on donnera une équation.
2.
 - (a) Démontrer que pour tout x de \mathbb{R} on a : $f'(x) = (x^2 - 3x + 2)e^x$.
 - (b) Déterminer le signe de $f'(x)$ puis les variations de f .
Dresser le tableau de variations de f (on donnera les valeurs exactes de $f(1)$ et de $f(2)$).
3.
 - (a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0.
 - (b) Que peut-on dire de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 1 ? et au point d'abscisse 2 ?
4. Reproduire puis compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2	2,5
$f(x)$						

On donnera des valeurs approchées à 10^{-2} près par défaut.

5. Construire la droite T et la courbe \mathcal{C} .

Partie 2

1. (a) Hachurer sur le dessin la partie du plan comprise entre la courbe \mathcal{C} , la droite d'équation $x = 1$ et les deux axes du repère. On appelle \mathcal{A} son aire, en cm^2 .

(b) En utilisant la partie 1 montrer que pour tout x de l'intervalle $[0 ; 1]$ on a :

$$7 \leq f(x) \leq 3e.$$

(c) En déduire l'encadrement suivant :

$$7 \leq \int_0^1 f(x) dx \leq 3e.$$

(d) En utilisant l'encadrement ci-dessus justifier que l'aire \mathcal{A} est comprise entre 28 et 33 cm².

2. (a) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = (x^2 - 7x + 14) e^x.$$

Montrer que g est une primitive de f sur \mathbb{R} .

(b) En déduire la valeur exacte de \mathcal{A} puis la valeur arrondie à l'unité près.