

**SERIE SMS SESSION JUIN 2004 France  
METROPOLITAINE**

**Problème (Enoncé)**

**Partie A :**

Cette partie concerne l'étude et la représentation graphique de la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $\left[0 ; \frac{5}{2}\right]$  par :

$$f(x) = \ln(4x + 1) - x + 1.$$

1. Calculer  $f'(x)$  et vérifier que :  $f'(x) = \frac{-4x + 3}{4x + 1}$ .

(a) Résoudre l'équation  $f'(x) = 0$ .

(b) Etudier le signe de  $f(x)$ .

(c) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $\left[0 ; \frac{5}{2}\right]$ .

(Les valeurs utiles de  $f(x)$  seront données sous forme exacte.)

2. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à  $10^{-2}$  près) :

$x$	0	0,5	0,75	1	1,5	2	2,5
$f(x)$		1,60			1,45		1,20

3. Sur la feuille de papier millimétré fournie, tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  en prenant pour unité graphique 5 cm pour 1 unité sur les deux axes.

**Partie B :**

Dans cette partie, on utilise les résultats précédents pour étudier la glycémie (taux de glucose sanguin) d'une personne observée après ingestion de sirop de glucose. On suppose que cette glycémie (en  $\text{g.L}^{-1}$ ) en fonction du temps  $x$  (en heures) est donnée par

$$f(x) = \ln(4x + 1) - x + 1$$

où  $x$  varie dans l'intervalle  $\left[0 ; \frac{5}{2}\right]$ .

1. Déterminer l'instant (en minutes) auquel la glycémie de cette personne est maximale.
2. Toute modification de la glycémie qui s'écarte de 25 % de la valeur moyenne de  $1 \text{ g.L}^{-1}$  provoque des perturbations plus ou moins graves chez l'homme.  
Déterminer l'intervalle dans lequel doit rester la glycémie pour éviter toute perturbation.
3. Une glycémie supérieure  $1,25 \text{ g.L}^{-1}$  est appelée hyperglycémie ; une glycémie inférieure  $0,75 \text{ g.L}^{-1}$  est appelée hypoglycémie.
  - (a) Déterminer graphiquement le ou les intervalles de temps (en heures) pendant lesquels la personne observée est en hyperglycémie (faire apparaître les traits de construction utiles).
  - (b) Même question pour l'hypoglycémie.