

**SERIE SMS SESSION JUIN 2003 France
METROPOLITAINE**

Problème (Énoncé)

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 22]$ par :

$$f(x) = (960 - 40x)e^{0,25x}.$$

- Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = (200 - 10x)e^{0,25x}$.
- (a) Résoudre l'équation : $f'(x) = 0$.
(b) Etudier le signe de $f'(x)$.
(c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 22]$.
- Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à la centaine près) :

x	0	4	8	12	16	20	22
$f(x)$			4 700	9 600	17 500		

- Tracer la courbe représentative de la fonction f ; on prendra pour unités graphiques :
 - 1 cm en abscisses pour 2 unités ;
 - 1 cm en ordonnées pour 2 000 unités.

Partie B

Les bactéries se multiplient dans le lait et finissent par le transformer en lait caillé. On admet que pendant 22 heures le nombre de germes par millilitre (ml), pour un temps x en heures, est donné par :

$$f(x) = (960 - 40x)e^{0,25x}.$$

- En utilisant la **Partie A**, peut-on dire qu'au bout de 4 heures, la quantité de germes par ml a plus que doublé ? Justifier la réponse.
- Par lecture graphique, en faisant apparaître les tracés utiles, déterminer au bout de combien de temps le nombre de germes par ml est égal à 12 000.
- On sait que le lait se met à cailler 5 heures après que la quantité maximale de germes par ml, ait été atteinte. Déterminer, dans ce cas précis, à quel moment le lait se met à cailler.