

**SERIE S SESSION JUIN 2005 France  
METROPOLITAINE**

**Exercice 1 (Énoncé)**

**Commun à tous les candidats**

*Cet exercice constitue une restitution organisée de connaissances.*

**Partie A : question de cours**

On suppose connus les résultats suivants :

(1) deux suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont adjacentes lorsque : l'une est croissante, l'autre est décroissante et  $u_n - v_n$  tend vers 0 quand  $n$  tend vers  $+\infty$  ;

(2) si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont deux suites adjacentes telles que  $(u_n)$  est croissante et  $(v_n)$  est décroissante, alors pour tout  $n$  appartenant à  $\mathbb{N}$ , on a  $u_n \leq v_n$  ;

(3) toute suite croissante et majorée est convergente ; toute suite décroissante et minorée est convergente.

Démontrer alors la proposition suivante :

«

Deux suites adjacentes sont convergentes et elles ont la même limite ».

**Partie B**

On considère une suite  $(u_n)$ , définie sur  $\mathbb{N}$  dont aucun terme n'est nul. On définit alors la suite  $(v_n)$  sur  $\mathbb{N}$  par  $v_n = \frac{-2}{u_n}$ .

Pour chaque proposition, indiquer si elle est vraie ou fautive et proposer une démonstration pour la réponse indiquée. Dans le cas d'une proposition fautive, la démonstration consistera à fournir un contre exemple. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

1. Si  $(u_n)$  est convergente, alors  $(v_n)$  est convergente.
2. Si  $(u_n)$  est minorée par 2, alors  $(v_n)$  est minorée par  $-1$ .
3. Si  $(u_n)$  est décroissante, alors  $(v_n)$  est croissante.
4. Si  $(u_n)$  est divergente, alors  $(v_n)$  converge vers zéro.