

**SERIE S SESSION JUIN 2004 France  
METROPOLITAINE**

**Exercice 4 (Énoncé)**

**Commun à tous les candidats**

On s'intéresse à la durée de vie, exprimée en semaines, d'un composant électronique. On modélise cette situation par une loi de probabilité  $p$  de durée de vie sans vieillissement définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  : la probabilité que le composant ne soit plus en état de marche au bout de  $t$  semaines est

$$p([0 ; t]) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx.$$

Une étude statistique, montrant qu'environ 50 % d'un lot important de ces composants sont encore en état de marche au bout de 200 semaines, permet de poser  $p([0 ; 200]) = 0,5$ .

1. Montrer que  $\lambda = \frac{\ln 2}{200}$ .
2. Quelle est la probabilité qu'un de ces composants pris au hasard ait une durée de vie supérieure ? 300 semaines ? On donnera la valeur exacte et une valeur approchée décimale au centième près.
3. On admet que la durée de vie moyenne  $d_m$  de ces composants est la limite quand  $A$  tend vers  $+\infty$  de  $\int_0^A \lambda x e^{-\lambda x} dx$ .
  - (a) Montrer que  $\int_0^A \lambda x e^{-\lambda x} dx = \frac{-\lambda A e^{-\lambda A} - e^{-\lambda A} + 1}{\lambda}$ .
  - (b) En déduire  $d_m$  on donnera la valeur exacte et une valeur approchée décimale ? la semaine près.