

**SERIE S SESSION JUIN 2004 France  
METROPOLITAINE**

**Exercice 2 (Énoncé)**

**Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes,  $i$  désigne le nombre de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ .

1. Montrer que  $(1 + i)^6 = -8i$ .
2. On considère l'équation (E) :  $z^2 = -8i$ .
  - (a) Dédire de **1.** une solution de l'équation (E).
  - (b) L'équation (E) possède une autre solution ; écrire cette solution sous forme algébrique.
3. Dédire également de **1.** une solution de l'équation (E')  $z^3 = -8i$ .
4. On considère le point A d'affixe  $2i$  et la rotation  $r$  de centre O et d'angle  $\frac{2\pi}{3}$ .
  - (a) Déterminer l'affixe  $b$  du point B, image de A par  $r$ , ainsi que l'affixe  $c$  du point C, image de B par  $r$ .
  - (b) Montrer que  $b$  et  $c$  sont solutions de (E').
5.
  - (a) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  (unité graphique 2 cm), représenter les points A, B et C.
  - (b) Quelle est la nature de la figure que forment les images de ces solutions ?
  - (c) Déterminer le centre de gravité de cette figure.