

**SERIE S SESSION JUIN 2003 France  
METROPLOITAINE**

**Exercice 2 spécialité (Énoncé)**

Les questions 3. et 4. sont indépendantes des questions 1. et 2. seule l'équation de  $\Gamma$  donnée en 1. c. intervient à la question 4..

1. L'espace est rapporté au repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .
  - a. Montrer que les plans P et Q d'équations respectives  $x + y\sqrt{3} - 2z = 0$  et  $2x - z = 0$  ne sont pas parallèles.
  - b. Donner un système d'équations paramétriques de la droite  $\Delta$  intersection des plans P et Q.
  - c. On considère le cône de révolution  $\Gamma$  d'axe  $(Ox)$  contenant la droite  $\Delta$  comme génératrice.  
Montrer que  $\Gamma$  pour équation cartésienne  $y^2 + z^2 = 7x^2$ .
2. On a représenté sur les deux figures ci-dessous les intersections de l avec des plans parallèles aux axes de coordonnées.  
Déterminer dans chaque cas une équation des plans possibles, en justifiant avec soin votre réponse.

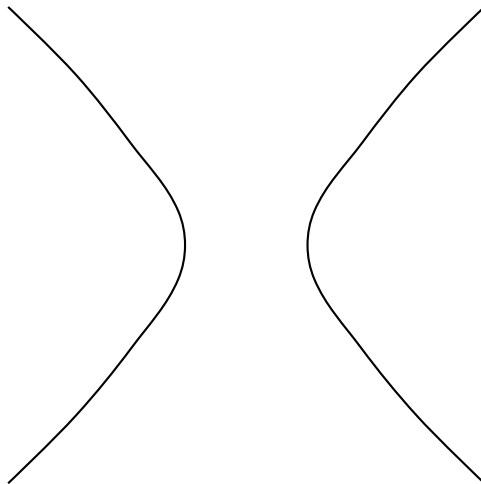


Figure 1

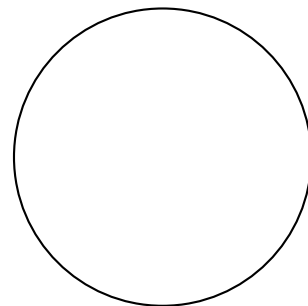


Figure 2

3.
  - a. Montrer que l'équation  $x^2 \equiv 3 \pmod{7}$ , dont l'inconnue  $x$  est un entier relatif, n'a pas de solution,
  - b. Montrer la propriété suivante :  
pour tous entiers relatifs  $a$  et  $b$ , si 7 divise  $a^2 + b^2$  alors 7 divise  $a$  et 7 divise  $b$ .

4. a. Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  des entiers relatifs non nuls. Montrer la propriété suivante : si le point A de coordonnées  $(a, b, c)$  est un point du cône  $\Gamma$  alors  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont divisibles par 7.
- b. En déduire que le seul point de  $\Gamma$  dont les coordonnées sont des entiers relatifs est le sommet de ce cône.