

**SERIE L SESSION JUIN 2004 France
METROPOLITAINE**

Exercice 1 (Énoncé)

Partie I

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [0 ; 10]$ par

$$f(x) = x^2 - 10x + 100.$$

1. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle I et montrer qu'elle admet un minimum que l'on précisera.
2. Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthogonal avec pour unités un centimètre sur l'axe des abscisses et deux millimètres sur l'axe des ordonnées.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 81$.

Partie II

On considère un triangle équilatéral ABC dont les côtés ont pour longueur 10 centimètres et un point M du segment $[AB]$.

Le point N est le point du segment $[AC]$ tel que $AN = AM$.

Le point H est le pied de la hauteur issue de N dans le triangle ANB .

1. Faire une figure.
2. L'objectif de cette question est de déterminer par le calcul le point M du segment $[AB]$ pour lequel la distance BN est minimale. Les distances sont exprimées en centimètres.
On pose $AM = x$.
 - (a) Déterminer l'intervalle des valeurs possibles pour x .
 - (b) Déterminer en fonction de x la distance HB .
 - (c) Montrer que $HN = \frac{\sqrt{3}}{2}x$.
 - (d) Déterminer en fonction de x la valeur de BN^2 .
 - (e) En utilisant les résultats précédents, déterminer le point M du segment $[AB]$ pour lequel BN^2 est minimal.
3. L'objectif de cette question est de retrouver géométriquement le résultat de la question précédente.
 - (a) Montrer que la distance BN est minimale lorsque l'angle \widehat{ANB} est droit.
 - (b) Vérifier que l'on retrouve bien la réponse à la question 2.