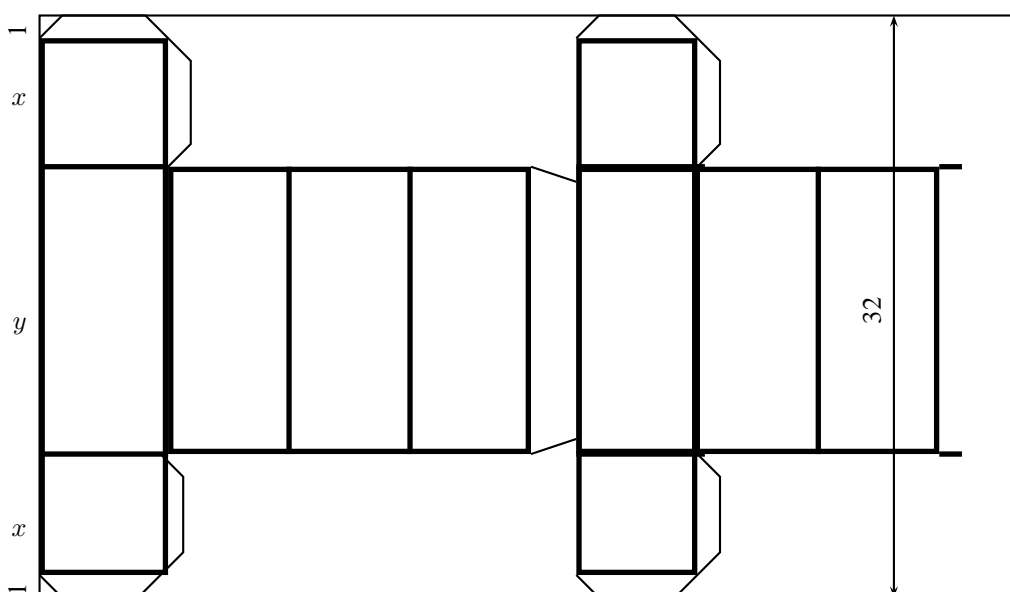


**SERIE L SESSION JUIN 2003 France  
METROPOLITAINE**

**Exercice 1 (Énoncé)**

Un fabricant de boîtes en carton dispose, pour sa fabrication, de rouleaux donnant une bande de carton de 32 cm de large dans laquelle il trace et découpe les patrons des boîtes avant de les coller. Il dispose ses patrons de la manière indiquée dans le dessin ci-dessous



Les boîtes, en forme de pavés droits, comportent deux faces carrées de  $x$  cm de côté, munies de deux languettes de 1 cm de large pour le collage, et quatre autres faces dont les dimensions en cm sont  $x$  et  $y$ , ainsi qu'un rabat pour la fermeture.

1. Le fabricant utilise toute la largeur de la bande de carton. On a donc  $y = 30 - 2x$ .
  - (a) Expliquer pourquoi on a nécessairement :  $0 < x < 15$ .
  - (b) Démontrer que le volume  $V$  en  $\text{cm}^3$ , de la boîte est donné par la formule

$$V = 30x^2 - 2x^3.$$

2. Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0; 15]$  par :  $f(x) = 30x^2 - 2x^3$ .
  - (a) Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de  $f$  et étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[0; 15]$ .
  - (b) En déduire le tableau des variations de la fonction  $f$  sur cet intervalle.

3. (a) Reproduire et compléter le tableau de valeurs :

$x$	1	2	4	6	8	10	12	14	15
$f(x)$									

- (b) Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un plan muni d'un repère orthogonal. On prendra 1 cm comme unité en abscisses et 1 cm pour  $100 \text{ cm}^3$  en ordonnées.
4. (a) Pour quelle valeur de  $x$ , le volume  $V$  est-il maximum ? Quelle est alors la valeur de ce volume ? Quelle particularité présente la boîte dans ce cas-là ?
- (b) Le fabricant veut que la boîte obtenue ait un volume de  $500 \text{ cm}^3$  et que  $x$  soit inférieur à 10.  
Déterminer, à l'aide du graphique, la valeur de  $x$  qu'il doit choisir.  
Vérifier par le calcul puis calculer la valeur de  $y$  correspondante.