

**SERIE ES SESSION JUIN 2005 France
METROPOLITAINE**

Exercice 3 (Énoncé)

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 2 + 10e^{-0.5x}$$

On note (\mathcal{C}) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal et (D) la droite d'équation $y = x - 2$. La courbe (\mathcal{C}) est partiellement représentée en **ANNEXE 2**.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. On pose $\alpha = 2 \ln 5$.
 - (a) Montrer que $f(\alpha) = \alpha$.
 - (b) Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de α .
3. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et on note f' la fonction dérivée de f sur cette intervalle.
 - (a) Calculer $f'(x)$, pour tout x élément de l'intervalle $[0; +\infty[$.
 - (b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; +\infty[$, et dresser le tableau de variations complet de la fonction f sur cet intervalle.
4. Justifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)] = 0$ et que, pour tout x de l'intervalle $[0; +\infty[$,
$$f(x) - (x - 2) > 0.$$
Donner l'interprétation graphique de ces résultats.
5. Sur le graphique donné en **ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)** :
 - (a) Placer le point de la courbe (\mathcal{C}) d'abscisse α ;
 - (b) Tracer la tangente à la courbe (\mathcal{C}) au point d'abscisse α ;
 - (c) Tracer la droite (D) .

6. On note \mathcal{A} l'aire (en unité d'aire) du domaine E délimité par la courbe (C) , la droite (D) et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 6$.

Hachurer sur le graphique, donné en **ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)**, le domaine E , puis exprimer l'aire \mathcal{A} à l'aide d'une expression faisant intervenir l'intégrale et déterminer la valeur exacte de l'aire \mathcal{A} , puis en donner la valeur arrondie au centième.

ANNEXE 2

Courbe représentative (C) sur l'intervalle $[0; 8]$ de la fonction f définie par :

$$f(x) = x - 2 + 10e^{-0,5x}.$$

